

Universités d'Aix-Marseille I & III
Licence Informatique – Intelligence Artificielle

TD n°2 : Logique propositionnelle (SAT)

Modélisation

1. Problème des pigeons

- 1.1. Représenter le problème sous la forme d'un ensemble de formules propositionnelles pour $n = 3$
- 1.2. Transformer les formules en un ensemble de clauses CNF.
- 1.3. Dans le cas général où n est quelconque, combien existe-t-il d'interprétations possibles des formules ?
Question subsidiaire : combien de clauses CNF permettent de représenter le problème ?

2. Problème des dames à placer sur un échiquier

- 2.1. Représenter le problème sous forme d'un ensemble de formules propositionnelles pour $n = 2$.
- 2.2. Transformer ces formules en un ensemble de clauses CNF.
- 2.3. Combien existe-t-il d'interprétations possibles quand n est quelconque ?
Question subsidiaire : quel est le nombre de clauses en fonction de n ?

3. Ordre d'arrivée

On cherche la place exacte de quatre candidats (Alain, Bernard, Chloé et Didier) étant arrivés dans les quatre premières places d'un concours (sans ex-aequo). On sait juste que : (1) Alain n'est pas premier, (2) Bernard est à exactement deux places derrière Chloé et (3) Didier est derrière Alain.

- 3.1 Représenter le problème sous forme d'un ensemble de formules propositionnelles.
- 3.2 Transformer les formules en un ensemble de clauses CNF.

Résolution

4. Pour chacun des ensembles de clauses suivants, déterminer grâce à l'algorithme de Quine s'il est satisfiable ou pas. S'il est satisfiable, en donner un modèle.

- 4.1 $\{A \vee \neg B \vee \neg C, \neg A \vee \neg B \vee C, A \vee \neg B \vee \neg C, \neg A \vee B \vee \neg C\}$.
- 4.2 $\{A \vee \neg B \vee C, \neg A \vee C, \neg E, A \vee B \vee E, \neg C \vee E\}$.
- 4.3 $\{A \vee B \vee C, A \vee \neg B \vee C \vee D, \neg A \vee B \vee \neg D, A \vee \neg B \vee \neg C \vee D, \neg B \vee \neg D, \neg A \vee \neg B \vee D, B \vee D\}$.

5. Appliquer l'algorithme de Davis et Putnam :

- 5.1 sur chacun des ensembles de clauses de l'exercice 4.
- 5.2 au problème des pigeons avec $n = 3$.

5.3 au problème des n -dames avec $n = 2$.

5.4 au problème de l'exercice 3. Montrer que le classement est : 1-Chloé, 2-Alain, 3-Bernard, 4-Didier.

6. Liens entre CSP et SAT : transformation d'un modèle en un autre

6.1 Transformez l'ensemble de clauses $\{ A \vee \neg B \vee C, \neg A \vee C, \neg E, A \vee B \vee E, \neg C \vee E \}$ en un CSP n -aire équivalent.

Quelle est la taille de l'espace de recherche dans les 2 modélisations ?

Dans le cas général, comment transforme-t'on un problème SAT en CSP n -aire ?

6.2 Transformez le CSP n -aire de l'exemple en CSP binaire.

Dans le cas général, comment transforme-t'on un CSP n -aire en CSP binaire ?

6.3 Transformez le CSP suivant en problème SAT sous forme de clauses CNF : $X = \{x_1, x_2, x_3\}$, $D_{x_1} = D_{x_3} = \{1, 2\}$, $D_{x_2} = \{1, 2, 3\}$, $C_{1,2} = \{(1,1), (1,2), (2,2)\}$, $C_{2,3} = \{(1,1), (1,2), (3, 1)\}$, $C_{1,3} = \{(1,1), (1,2), (2,1)\}$.

Quelle est la taille de l'espace de recherche dans les deux modélisations ?

Dans le cas général, comment transforme-t'on un CSP en un ensemble de clauses CNF équivalent ?