Université Paul Cézanne - Licence de Math-Info 2^e année

I5 : Langages formels, automates et grammaires - Examen 2^e session
Durée : 1h30 - Aucun document autorisé

Exercice 1 (8 points)

On appelle A l'automate non-déterministe avec ϵ-transition dont la table de transition est :

	a	b	ϵ
$\rightarrow q_0$	$\{q_0, q_1\}$	$\emptyset$	$\{q_1\}$
q_1	$\{q_2, q_3\}$	$\{q_2\}$	$\emptyset$
q_2	$\{q_2\}$	$\{q_3\}$	$\emptyset$
$*q_3$	$\{q_3\}$	$\emptyset$	$\{q_0\}$

a. *Transformez A en un automate équivalent A' déterministe et sans ϵ-transition.* On écrira la table de transition de A'.

b. *Déterminez l'expression régulière représentant le langage reconnu par l'automate A.* Pour ceci, on partira de l'automate A et on utilisera la méthode par élimination d'état.

c. *Déterminez une grammaire régulière linéaire à droite engendrant le langage reconnu par A.*

d. *Déterminez une grammaire régulière linéaire à gauche engendrant le langage reconnu par A.*

Exercice 2 (12 points)

Soit la grammaire formelle G dont les règles sont :
(1) $S \rightarrow \epsilon$
(2) $S \rightarrow aSbS$
(3) $S \rightarrow bSaS$

a. *Montrez que le mot abbabbaa est généré par G. Montrez que le mot babab n'est pas généré par G.*

b. *Montrez que G engendre l'ensemble L, défini sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$, de tous les mots contenant autant de* `a` *que de* `b`*.*

c. *Montrez que L n'est pas un langage rationnel.* On pourra utiliser le lemme du facteur itérant : *Pour tout langage rationnel L, il existe une constante n (dépendant de L) telle que pour tout mot w de L de longueur supérieure ou égale à n, il existe les mots x, y et z tels que (1) $w = x.y.z$, (2) $y \neq \epsilon$, (3) $|x.y| \leq n$ et (4) $\forall k \geq 0 : x.y^k.z \in L$.*

d. *Définissez une machine de Turing reconnaissant le langage L. Justifiez votre machine de Turing en expliquant pourquoi elle accepte tous les mots de ce langage et uniquement ceux-ci.*