

I5 : Langages formels, automates et grammaires - TD n° 4

1. Déterminez l'expression régulière du langage contenant tous les nombres romains compris entre I (1) et CMXCIX (999) ainsi que ϵ .

2. A partir de chacune des expressions régulières suivantes, déterminez un ϵ -AEFND qui reconnaît le langage rationnel correspondant :

- $(\epsilon+b).a^*$ (les mots constitués d'une suite de a éventuellement précédée par b)
- $(a+b)^*a(a+b)^*$ (les mots de $\{a, b\}^*$ qui contiennent un a)
- $(a+bc^*d)^*c^*d$

3. Pour chacun des automates suivants, déterminez l'expression régulière du langage rationnel qu'il reconnaît en utilisant la méthode par élimination d'état :

	a	b	ϵ
$\rightarrow q_0$	$\{q_1\}$	\emptyset	$\{q_2\}$
q_1	$\{q_1, q_2\}$	$\{q_2\}$	\emptyset
q_2	$\{q_3\}$	\emptyset	\emptyset
$*q_3$	\emptyset	$\{q_0\}$	$\{q_1\}$

	a	b	ϵ
$\rightarrow q_0$	$\{q_1\}$	\emptyset	\emptyset
q_1	$\{q_2, q_3\}$	$\{q_2\}$	\emptyset
q_2	\emptyset	$\{q_1, q_3\}$	\emptyset
$*q_3$	\emptyset	\emptyset	$\{q_0\}$

	a	b	c
$\rightarrow q_0$	q_1	q_0	
q_1	q_1	q_3	q_2
$*q_2$	q_0		
q_3	q_2	q_4	q_3
$*q_4$	q_2	q_4	q_1

4. En utilisant le lemme du facteur itérant, montrez qu'aucun des langages suivants n'est rationnel :
- $\{a^n b a^n \mid n \geq 0\}$
 - $\{a^n b^m \mid m \geq 0, n > m\}$
 - $\{a^m b^n a^{m+n} \mid m, n \geq 1\}$
 - $\{w.w \mid w \in \{a, b\}^*\}$
 - $\{a^{n^2} \mid n \geq 1\}$ (on pourra utiliser le fait qu'il n'existe pas d'entier m tel que $n^2 < m^2 < (n + 1)^2$)