UE Ma401

1 EXERCICES

1.1 probabilité conditionnelle, indépendance, dénombrement

Exercice 1 La probabilité pour une population d'être atteinte d'une maladie A est p donné; dans cette même population, un individu peut être atteint par une maladie B avec une probabilité q donnée aussi; on suppose que les maladies sont indépendantes: quelle est la probabilité d'être atteint par l'une et l'autre de ces maladies? Quelle est la probabilité d'être atteint par l'une ou l'autre de ces maladies?

Exercice 2 Dans un jeu de 52 cartes, on prend une carte au hasard: les événements « tirer un roi » et « tirer un pique » sont-ils indépendants? quelle est la probabilité de « tirer un roi ou un pique »? Montrer que c'est le même exercice que le précédent...

Exercice 3 La famille Potter comporte 2 enfants; les événements A: « il y a deux enfants de sexes différents chez les Potter » et B: « la famille Potter a au plus une fille » sont-ils indépendants? Même question si la famille Potter comporte 3 enfants...

Exercice 4 Une auto-école présente le même jour 3 candidats: André, Denis, Nicole, au permis. Sur la base des performances précédentes, le directeur estime les probabilités de succès: pour André: 0.7; pour Denis: 0.5; pour Nicole: 0.9; quelles sont les probabilités des événements suivants:

R: « les trois candidats réussissent », *E: « les trois candidats échouent»*, *P: « au moins un candidat est reçu »?*

Exercice 5 Dans la salle des profs, 60% sont des femmes ; une femme sur trois porte des lunettes et un homme sur deux porte des lunettes: quelle est la probabilité pour qu'un porteur de lunettes pris au hasard soit une femme?

Exercice 6 Des étudiants de médecine se préparent à passer le concours; trois professeurs X, Y, Z sont susceptibles de poser le sujet; les probabilités pour que X, Y, Z posent le sujet sont respectivement: 0.35 pour X, 0.4 pour Y, 0.25 pour Z. Par ailleurs, les étudiants redoutent que le sujet S tombe au concours; sur la base des années précédentes, on évalue les probabilités suivantes: la probabilité conditionnelle pour que le sujet S tombe au concours, sachant le sujet proposé par X, est: $\mathrm{P}(\mathrm{S}/X) = 0.10$; la probabilité conditionnelle pour que le sujet S tombe au concours, sachant le sujet proposé par Y est $\mathrm{p}(\mathrm{S}/Y) = 0.4$; la probabilité conditionnelle pour que le sujet S tombe au concours, sachant le sujet proposé par Z est P(S/Z) = 0.80. Sachant qu'au concours le sujet S est posé, quelle est la probabilité pour que le sujet ait été proposé par X? par Y? par Z?

Exercice 7 Une fête réunit 35 hommes , 40 femmes , 25 enfants; sur une table, il y a 3 urnes H, F, E contenant des boules de couleurs dont, respectivement 10%, 40%, 80% de boules noires; un présentateur aux yeux bandés désigne une personne au hasard et lui demande de tirer une boule dans l'urne H si cette personne est un homme, dans l'urne F si cette personne est une femme, dans l'urne E si cette personne est un enfant; la boule tirée est noire: quelle est la probabilité pour que la boule ait été tirée par un homme? une femme? un enfant? Le présentateur n'est pas plus magicien que vous et moi et pronostique le genre de la personne au hasard: que doit-il dire pour avoir le moins de risque d'erreur?

Exercice 8 Un fumeur, après avoir lu une série de statistiques effrayantes sur les risques de cancer, problèmes cardio-vasculaires liés au tabac, décide d'arrêter de fumer; toujours d'après des statistiques, on estime les probabilités suivantes: si cette personne n'a pas fumé un jour J_n, alors la probabilité pour qu'elle ne fume pas le jour suivant J_{n+1} est 0.3; mais si elle a fumé un jour J_n, alors la probabilité pour qu'elle ne fume pas le jour suivant J_{n+1} est 0.9; quelle est la probabilité P_{n+1} pour qu'elle fume le jour J_{n+1} en fonction de la probabilité P_n pour qu'elle fume le jour J_n? Quelle est la limite de P_n? (Va-t-il finir par s'arrêter?)

Exercice 9 Dans les barres de chocolat N., on trouve des images équitablement réparties des cinq personnages du dernier Walt Disney, une image par tablette; ma fille veut avoir le héros Princecharmant: combien dois-je acheter de barres pour que la probabilité d'avoir la figurine attendue dépasse 80%? Même question pour être sûr à 90%.

Exercice 10 *En cas de migraine, trois patients sur cinq prennent de l'aspirine (ou équivalent), deux sur cinq prennent un médicament M présentant des effets secondaires:*

Avec l'aspirine, 75% des patients sont soulagés.

Avec le médicament M, 90% des patients sont soulagés.

1) Quel est le taux global de personnes soulagées?

2) Quel est la probabilité pour un patient d'avoir pris de l'aspirine sachant qu'il est soulagé?

Exercice 11 *Dans une population,40% des individus ont les yeux bruns, 25% des individus ont les cheveux blonds, 15% des individus ont les yeux bruns et les cheveux blonds.*

On choisit un individu au hasard: Calculez:

1) La probabilité de l'événement: si un individu a les yeux bruns d'avoir les cheveux blonds.

2) La probabilité de l'événement: si un individu a les cheveux blonds d'avoir les yeux bruns

3) La probabilité de l'événement: si un individu a les cheveux blonds,de ne pas avoir les yeux bruns.

Exercice 12 *Un constructeur aéronautique équipe ses avions trimoteurs de un moteur central de type A et de deux moteurs, un par aile de type B; chaque moteur tombe en panne indépendamment d'un autre, et on estime à p la probabilité pour un moteur de type A de tomber en panne, et à q la probabilité pour un moteur de type B de tomber en panne.*

Le trimoteur peut voler si le moteur central OU les deux moteurs d'ailes fonctionnent: quelle est la probabilité pour l'avion de voler? (application numérique: p = 0.001%, q = 0.02%)

Exercice 13 Lors du dernier réveillon de famille, 17 personnes étaient présentes; à minuit, chaque personne a fait 3 bises à toutes les autres: combien de bises se sont-elles échangées en tout?

Exercice 14 Une entreprise décide de classer 10 personnes susceptibles d'être embauchées; leurs CV étant très proches, le patron décide de recourir au hasard: combien y-a-il de classements possibles: sans ex-aequo; avec 2 ex-aequo?

Exercice 15 Un étudiant s'habille très vite le matin et prend, au hasard dans la pile d'habits, un pantalon, un tee-shirt, une paire de chaussettes; il y a ce jour-là dans l'armoire 5 pantalons dont 2 noirs, 6 tee-shirt dont 4 noirs, 8 paires de chaussettes, dont 5 paires noires: combien a t'il de façons de s'habiller? Quelles sont les probabilités des événements suivants: il est tout en noir; une seule pièce est noire sur les trois.

Exercice 16 Un QCM comporte 10 questions, pour chacune desquelles 4 réponses sont proposées, une seule est exacte. Combien y-a-t'il de grilles-réponses possibles? Quelle est la probabilité de répondre au hasard au moins 6 fois correctement?

Exercice 17 Trois chasseurs sachant chasser, (malheureusement), Amédée, Barnabé, Charles, tirent sur un oiseau; sur leur performances précédentes, on peut estimer les probabilités de succès pour Amédée: 70%, Barnabé: 50%, Charles: 90%. Quelle est la probabilité que l'oiseau soit touché?

Exercice 18 Lors d'une loterie de Noël , 300 billets sont vendus aux enfants de l'école ; 4 billets sont gagnants; j'achète 10 billets: quelle est la probabilité pour que je gagne au moins lot?

Exercice 19 Dans mon trousseau de clés, il y a 8 clés; elles sont toutes les mêmes ; pour rentrer chez moi, je mets une clé au hasard; je fais ainsi des essais jusqu'à ce que je trouve la bonne; j'écarte au fur et à mesure les mauvaises clés. Quelle est la probabilité pour que j'ouvre la porte: du premier coup? Au troisième essai? Au cinquième essai? Au huitième essai?

Exercice 20 Six couples sont réunis dans une soirée de réveillon; une fois les bises de bonne année échangées, (voir exercice 1), on danse, de façon conventionnelle: un homme avec une femme, mais...pas forcément la sienne:

Quelle est la probabilité p(A) pour que chacun des 6 hommes danse avec son épouse légitime?

Quelle est la probabilité p(B) pour que André danse avec son épouse?

Quelle est la probabilité $P(C)$ *pour que André et René dansent avec leur épouse?*

Quelle est la probabilité $P(D)$ *pour que André ou René danse(nt) avec leur épouse?*

Exercice 21 *1) Combien y-a-t-il de grilles possibles de* 6 *numéros au loto? En déduire la probabilité de gagner en jouant une grille.*

2) Quelle est la probabilité qu'au loto, la grille gagnante comporte 2 nombres consécutifs?

1.2 Variables aléatoires discrètes

Exercice 22 *Une entreprise pharmaceutique décide de faire des économies sur les tarifs d'affranchissements des courriers publicitaires à envoyer aux clients.*

Pour cela, elle décide d'affranchir, au hasard, une proportion de 3 lettres sur 5 au tarif urgent, les autres au tarif normal.

a)Quatre lettres sont envoyées dans un cabinet médical de quatre médecins: quelle est la probabilité des évènements:

A: "Au moins l'un d'entre eux reçoit une lettre au tarif urgent"

B:"Exactement 2 médecins sur les quatre reçoivent une lettre au tarif urgent.

b)Soit X la variable aléatoire: "nombre de lettres affranchies au tarif urgent parmi 10 lettres":

Quelle est la loi de probabilité de X, quelle est son espérance, quelle est sa variance?

Exercice 23 *On prend au hasard, en même temps, trois ampoules dans un lot de 15 dont 5 sont défectueuses; calculer la probabilité des événements:*

A: au moins une ampoule est défectueuse;

B: les 3 ampoules sont défectueuses;

C: exactement une ampoule est défectueuse.

Exercice 24 *Un avion peut accueillir 20 personnes; des statistiques montrent que 25% des clients ayant réservé ne viennent pas...*

Soit X la variable aléatoire: "nombre de clients qui viennent après réservation parmi 20"

Quelle est la loi de X? (on ne donnera que la forme générale); quelle est sa espérance, son écart-type?

Quelle est la probabilité pour que X soit égal à 15?

Exercice 25 L'oral d'un concours comporte au total 100 sujets; les candidats tirent au sort trois sujets, et choisissent alors le sujet traité parmi ces trois sujets; un candidat se présente en ayant révisé 60 sujets sur les 100:

Quelle est la probabilité pour que le candidat ait révisé:

a) les trois sujets tirés;

b) exactement deux sujets sur les trois sujets;

c) aucun des trois sujets

Définir une variable aléatoire associée à ce problème et donner sa loi de probabilité, son espérance.

Exercice 26 Un candidat se présente à un concours où, cette fois, les 20 questions sont données sous forme de QCM: à chaque question, sont proposées 4 réponses, une seule étant exacte; l'examinateur fait le compte des réponses exactes données par les candidats:

Certains candidats répondent au hasard à chaque question; pour ceux-la:
Définir une variable aléatoire associée à ce problème et donner sa loi de probabilité, son espérance.

Exercice 27 Une secrétaire tape un texte, et sur ses performances passées, on estime (c'est une probabilité!) à 2 pour 100 la proportion de fautes de frappe, aléatoires, dans un texte , proportion que l'on considère indépendante de la longueur du texte standard;

Définir une variable aléatoire associée au problème suivant:
Quelle est la probabilité pour que, sur un texte comportant 400 caractères, il y ait plus de 8 fautes?

Exercice 28 Dans une poste d'un petit village, on remarque que , entre 10 heures et 11 heures, la probabilité pour que deux personnes entrent durant la même minute est considérée comme nulle et que l'arrivée des personnes est indépendante de la minute considérée; on a observé que la probabilité pour qu'une personne se présente entre la minute n et la minute n+1 est: p =0.1;

On veut calculer la probabilité pour que : 3,4,5,6,7,8.. personnes se présentent au guichet entre 10h et 11h;
Définir une variable aléatoire adaptée, répondre à ces questions;
Quelle est la probabilité pour que plus de 10 personnes se présentent au guichet entre 10h et 11h?

Exercice 29 Si, dans une population, une personne sur cent est un centenaire, quelle est la probabilité de trouver au moins un centenaire parmi 100 personnes choisies au hasard?

Exercice 30 *Un industriel doit vérifier l'état de marche de ses machines et en remplacer certaines le cas échéant; d'après des statistiques précédentes, il évalue à 30% la probabilité pour une machine de tomber en panne au bout de 5 ans; parmi ces dernières, la probabilité de devenir rapidement hors d'usage suite à une panne plus grave est évaluée à 75%; cette probabilité est de 40% pour une machine n'ayant jamais eu de panne:*

a) Quelle est la probabilité pour une machine donnée de plus de cinq ans, d'être hors d'usage?

b) Quelle est la probabilité pour une machine hors d'usage de n'avoir jamais eu de panne auparavant?

c) Soit X la variable aléatoire "nombre de machines qui vont tomber en panne au bout de 5 ans, parmi 10 machines choisies au hasard:"quelle est la loi de probabilité de X, (on donnera le type de loi et les formules de calcul), son espérance, sa variance et son écart-type.

d) Calculer p[X=5]

Exercice 31 *Une population comporte en moyenne une personne mesurant plus de 1m90, sur 80 personnes.*

Sur 100 personnes, calculer la probabilité qu'il y ait au moins une personne mesurant plus de 1.90m.(Utiliser une loi de Poisson).

Sur 300 personnes, calculer la probabilité qu'il y ait au moins une personne mesurant plus de 1.90m.

1.3 Loi normale et approximations

Exercice 32 *Sur un grand nombre de personnes, on a constaté que la répartition du taux de cholestérol suit une loi normale avec les résultats suivants:*

- 56% ont un taux inférieur à 165 cg;
- 34% ont un taux compris entre 165cg et 180 cg;
- 10% ont un taux supérieur à 180 cg.

Quelle est le nombre de personnes qu'il faut prévoir de soigner dans une population de 10000 personnes, si le taux maximum toléré sans traitement est de 182 cg?

Exercice 33 *Pour chacune des variables aléatoires qui sont décrites ci - dessous, indiquez quelle est la loi exacte avec les paramètres éventuels (espérance, variance) et indiquez éventuellement une loi approchée:*

a) Nombre annuel d'accidents à un carrefour donné où la probabilité d'accident par jour est estimée à $\frac{4}{365}$.

b) Nombre de garçons dans une famille de 6 enfants; nombre de filles par jour dans une maternité où naissent en moyenne 30 enfants par jour.

c) Dans un groupe de 21 personnes dont 7 femmes, le nombre de femmes dans une délégation de 6 personnes tirées au hasard.

Exercice 34 *On effectue un contrôle de fabrication sur des pièces dont une proportion $p = 0,02$ est défectueuse:*

a) On contrôle un lot de 1000 pièces :

Soit X la variable aléatoire: "nombre de pièces défectueuses parmi 1000"

Quelle est la vraie loi de X? (on ne donnera que la forme générale); quelle est sa espérance, son écart-type?

b) En approchant cette loi par celle d'une loi normale adaptée, calculez la probabilité pour que X soit compris entre 18 et 22.

Exercice 35 *Des machines fabriquent des plaques de tôle destinées à être empilées; on estime à 0.1% la proportion de plaques inutilisables.*

A) Soit X la variable aléatoire "épaisseur de la plaque en mm"; on suppose que X suit une loi normale de paramètres $m = 0.3$, et $\sigma = 0.01$:

calculez la probabilité pour que X soit inférieur à 0.36mm et la probabilité pour que X soit compris entre 0.25 et 0.35mm.

B) L'utilisation de ces plaques consiste à en empiler n, numérotées de 1 à n, en les prenant au hasard: soit X_i la variable aléatoire "épaisseur de la plaque numéro i en mm" et Z la variable aléatoire "épaisseur des n plaques en mm"

1) Pour n = 20, quelle est la loi de Z, son espérance et sa variance?

2) Pour n = 2000, quelle est la loi suivie par la variable aléatoire N "nombre de plaques inutilisables parmi les 2000"(on utilisera une loi de probabilité adaptée); quelle est la probabilité pour que N soit inférieure à 3?

Exercice 36 *On effectue un contrôle sur des pièces de un euro dont une proportion* $p = 0,05$ *est fausse et de 2 euros dont une proportion* $p' = 0,02$ *est fausse:*

Il y a dans un lot de 500 pièces dont 150 pièces de un euro et 350 pièces de 2 euros:

a) On prend une pièce au hasard dans ce lot: quelle est la probabilité qu'elle soit fausse?

b) Sachant que cette pièce est fausse, quelle est la probabilité qu'elle soit de un euro?

c) On contrôle à présent un lot de 1000 pièces de un euro :

Soit X la variable aléatoire: "nombre de pièces fausses parmi 1000"

Quelle est la vraie loi de X? (on ne donnera que la forme générale); quelle est sa espérance, son écart-type?

d) En approchant cette loi par celle d'une loi normale adaptée, calculez la probabilité pour que X soit compris entre 48 et 52.

Exercice 37 *On jette un dé 180 fois.*

On note X la variable aléatoire:"nombre de sorties du 4"

1) Quelle est la loi de X

2) En utilisant la loi des grands nombres, calculez la probabilité pour que X soit compris entre 29 et 32 .

Exercice 38 *Une usine fabrique des billes de diamètre 8mm. Les erreurs d'usinage provoquent des variations de diamètre:*

On estime, sur les données antérieures, que l'erreur est une variable aléatoire qui obeit à une loi normale de paramètres:

moyenne: 0mm, écart-type: 0.02mm; on rejette les pièces dont le diamètre n'est pas compris entre 7.97mm et 8.03mm.

Quelle est la proportion de billes rejetées?

Exercice 39 *Un texte d'une page, tapé par un non professionnel, comporte dix erreurs de frappe; lors d'une relecture, une erreur a la probabilité 3/4 d'être corrigée par un correcteur, et il y a indépendance entre la détection des erreurs; on note X le nombre d'erreurs non détectées:*

- quelle est la loi de X ? quelle est son espérance et sa variance?

- un correcteur doit corriger 20 pages qui , chacune, comporte dix erreurs de frappe: on note Y le nombre total d'erreurs non détectées:

Exprimer Y en fonction de X, quelle est la loi de Y ? quelle est son espérance et sa variance?

En faisant une approximation convenable, calculer la probabilité pour que le nombre total d'erreurs non détectées dépasse 54.

Exercice 40 *Aux dernières élections présidentielles en France, le candidat A a obtenu* 20% *des voix; on prend, au hasard, dans des bureaux de vote de grandes villes, des lots de* 200 *bulletins: on note X la variable aléatoire « nombre de voix pour A dans les différents bureaux »:*

1) Quelle est la loi de probabilité de X?

2) Comment peut-on l'approcher?

3) Quelle est alors la probabilité pour que : X soit supérieur à 45? X compris entre 30 et 50?

Pour un autre candidat B moins heureux, le pourcentage des voix est de 2%: en notant Y le nombre de voix pour B dans les différents bureaux, sur 100 bulletins:

- reprendre les questions 1 et 2;

- quelle est alors la probabilité pour que : Y soit supérieur à 5? Y compris entre 1 et 4?

Exercice 41 1) *Montrer que pour tout variable aléatoire X admettant une espérance et une variance, on a:*

$E(X - E(X))^2 = E(X^2) - (E(X))^2$

Montrer que pour toutes variables aléatoires X et Y admettant une espérance et une variance, on a

$Var(X + Y) = VarX + VarY + 2Cov(X, Y)$

On rappelle: $Cov(X, Y) = E(XY) - E(X)E(Y)$

2) Montrer que l'espérance d'une variable aléatoire suivant une loi de Poisson de paramètre λ est λ.

Montrer que l'espérance d'une variable aléatoire suivant une loi exponentielle de densité $\lambda e^{-\lambda x}$ sur $\mathbb{R}^+$ est $\frac{1}{\lambda}$,et la variance $\frac{1}{\lambda^2}$

Exercice 42 *Fraude dans le tram...*

"Sans la fraude, vous auriez plus", c'est ce que prétend la RTM (Régie des transports marseillais)

"550000 passages quotidiens, 18% des usagers ne paient pas leur ticket; 90000 PV dressés en 2007; l'amende varie entre 25 euros et 58 euros; 11% des contraventions sont payées..." (*La Provence, 11 juin 2008)*

Le prix du ticket varie de 1.20 (avec carte) à 1.70 (ticket solo); le ticket est valable alors pour une heure, quel que soit le moyen de transport (bus, tram, métro), à condition de valider chaque passage.

Compliqué...

Le coût de la fraude est estimé à 17 millions d'euros.

A défaut de faire le calcul réel (trop compliqué avec ces règles décrites ci-dessus), étudions une simulation qui nous donnera quelques clés pour comprendre...

On suppose qu'il y a une probabilité égale à p d'être contrôlé sur lorsqu'on prend le tram. Monsieur A fait n voyages par an sur cette ligne.

1) On suppose que $p = 0.10$, $n = 700$:

-a Quelle est la probabilité que Monsieur A soit contrôlé entre 60 et 80 fois dans l'année ?

-b Monsieur A voyage en fait toujours sans ticket. Afin de prendre en compte la possibilité de faire plusieurs passages avec le même ticket, on suppose que le prix d'un ticket est de 1,12 euros:

Quelle amende minimale la compagnie doit-elle fixer pour que le fraudeur ait, sur une période d'une année, une probabilité supérieure à 0,75 d'être perdant ?

2) On suppose que $p = 0.50$, $n = 300$:

Monsieur A voyage toujours sans ticket. Sachant que le prix d'un ticket est de 1,12 euros, quelle amende minimale la compagnie doit-elle fixer pour que le fraudeur ait, sur une période d'une année, une probabilité supérieure à 0,75 d'être perdant ?

1.4 Estimation et intervalle de confiance

Exercice 43 *Une population de* 10000 *personnes étant donnée, on sait que le taux moyen de personnes à soigner pour un problème de cholestérol élevé est de* 7.5% *: Donner un intervalle dans lequel on soit « sûr», à* 95%*, de trouver le nombre exact de personnes à soigner sur les* 10000*.*

Exercice 44 *Prix du billet d'avion ?*

Un vol Marseille - Paris est assuré par un airbus de 150 *places; pour ce vol, des estimations ont montré que la probabilité pour qu'une personne confirme son billet est p=0.75; la compagnie vend n billets, n>150:*

Soit X la variable aléatoire « nombre de personnes parmi les n possibles, ayant confirmé leur réservation pour ce vol »;

- Quelle est la loi exacte suivie par X ?

Quel est le nombre maximum de places que la compagnie peut vendre pour que à au moins 95%*, elle soit sûre que tout le monde puisse monter dans l'avion, soit: n tel que:* $P[X{>}150] \leq 0.05$?

- Reprendre le même exercice avec un avion de capacité de 300 *places; faites varier le paramètre* $p = 0.5$*; p=0.8.*

Exercice 45 *Un petit avion (liaison Saint Brieuc-Jersey) peut accueillir chaque jour 30 personnes; des statistiques montrent que 20% des clients ayant réservé ne viennent pas...*

Soit X la variable aléatoire: "nombre de clients qui se présentent au comptoir parmi 30 personnes qui ont réservé"

Quelle est la loi de X? (on ne donnera que la forme générale); quelle est sa espérance, son écart-type?

Quelle est la probabilité pour que X soit égal à 8? à 10?

Donner un intervalle de confiance au seuil 95%, permettant d'estimer le nombre de clients à prévoir.

Exercice 46 *CHOLESTEROL...*Le staff médical d'une grande entreprise fait ses petites statistiques sur le taux de cholestérol de ses employés; les observations, sur 100 employés tirés au sort, sont les suivantes:

taux de cholestérol en cg:	effectif d'employés:
120	9
160	22
200	25
240	21
280	16
320	7

a) calculer la moyenne m_e *et l'écart-type* σ_e *sur l'échantillon;*

b) estimer la moyenne et l'écart-type pour le taux de cholestérol dans toute l'entreprise;

c) déterminer un intervalle de confiance pour la moyenne;

d) déterminer la taille minimum d'échantillon pour que l'amplitude de l'intervalle de confiance soit inférieure à 10.

Les employés de l'entreprise précédente trouvent que la quantité de café versée par le distributeur diminue; pour en savoir plus, un matin, ils mesurent la quantité de café servi dans douze tasses, et ils obtiennent les valeurs suivantes:

moyenne $m_e : 12.1cl$; *écart-type: 0.6;*

a)Peuvent-ils affirmer à 95% que le contenu moyen est inférieur aux 12.5 cl annoncés?

Le gestionnaire prétend que la machine ne les arnaque pas et refait le test au seuil 99%; qui a raison?

les employés re-font un test à 99% avec cette fois, 25 tasses et obtiennent: $m_e : 12.15cl$; *écart-type* 0.4 : *qui a raison?*

Exercice 47 Sur 12000 individus d'une espèce, on a dénombré 13 albinos: Estimer la proportion d'albinos dans l'espèce: on comparera les méthodes d'approximation des lois réelles par d'autres lois classiques.

1.5 TESTS KHI DEUX

On s'intéresse au problème des algues toxiques qui atteignent certaines plages de France; après étude, on constate que 10% des plages sont atteintes par ce type d'algues et on veut tester l'influence de rejets chimiques nouveaux sur l'apparition de ces algues.

Pour cela, 50 plages, proches de zones de rejet chimiques, sont observées; on compte alors le nombre de plages atteintes par l'algue nocive : on constate que 10 plages sont atteintes par l'algue.

Pouvez-vous répondre à la question:

« Les rejets chimiques ont-t-il modifié, de façon significative, avec le risque α =0,05, le nombre de plages atteintes ? »

Exercice 48 *Test d'homogénéité*

Des laboratoires ont testé deux traitements sur deux groupes de malades:
Un groupe de 800 personnes a été traité avec le traitement A.
Un groupe de 600 personnes a été traité avec le traitement B.
Les résultats sont résumés dans le tableau t_7:

observé	guéris	améliorés	sans effet
A	355	340	105
B	225	289	86

Peut-on dire, au risque 5% et au vu de ces résultats, que les deux traitements sont d'égale efficacité?

Exercice 49 *Test d'indépendance*

On veut étudier la liaison entre les caractères : « être fumeur » (plus de 20 cigarettes par jour, pendant 10 ans), et « avoir un cancer de la gorge », sur une population de 1000 personnes, dont 500 sont atteintes d'un cancer de la gorge.

Voici les résultats observés:

Tableau observé t_9:

observé	*cancer*	non cancer	marge
fumeur	342	258	600
non fumeur	158	242	400
marge	500	500	1000

Faire un test d'indépendance pour établir la liaison entre ces caractères.

Exercice 50 *Test d'indépendance:* Les rousses ont-elles toujours les yeux verts?

On veut étudier dans une population la liaison entre les caractères « couleur des yeux » et « couleur des cheveux »: ces deux caractères sont qualitatifs; pour faire cette étude, on considère un échantillon de 1000 personnes, et on observe les résultats que l'on résume dans le tableau suivant:

Tableau t_{11}:

observés	yeux bleus	yeux marrons	yeux verts	marge
cheveux blonds	140	75	60	275
cheveux bruns	160	260	90	510
cheveux roux	70	70	75	215
marge	370	405	225	1000

Faire un test d'indépendance pour établir la liaison entre ces caractères.