Université d'Aix-Marseille III - Faculté des Sciences et Technique de Saint-Jérome

M7 - Mathématiques de l'Informatique I - Langages et codes

Octobre 2001

Feuille d'exercices n° 1

1 - Soit m = aabc ; donner tous les sous-mots de m

2 - Soit m = aabc ; donner tous les facteurs de m

3 - Donner toutes les occurrences du facteur aba dans ababababa

4 - Donner toutes les occurrences du sous-mot aba dans ababababa

5 - Etant donné un alphabet X, montrer que quelque soit son cardinal, alors X^* est un ensemble dénombrable (X^* peut être mis en bijection avec une partie de $\mathbb{N}$).

6 - Soient A et B des langages sur $X = \{a,b\}$; calculer $A \bullet B = \{ uv / u \in A \text{ et } v \in B \}$ pour :

- $A = \{a,ab,bb\}$ et $B = \{\varepsilon_X,b,aa\}$
- $A = \{\varepsilon_X,ab,bba\}$ et $B = \{\varepsilon_X,b,aa\}$
- $A = \emptyset$ et $B = \{b,aba\}$
- $A = \{\varepsilon_X\}$ et $B = \{b,aba\}$
- $A = \{aa,ab,ba\}$ et $B = X^*$

7 - Montrer que le produit de langages est une opération associative.

8 - Montrer que le produit de langages est une opération distributive par rapport à l'union.

9 - Montrer que le produit de langages n'est pas distributif par rapport à l'intersection.

10 - Vérifier que $\{\varepsilon_X\}$ est élément neutre pour le produit de langages.

11 - Etant donné un alphabet A, montrer que $A^+ = A \bullet A^* = A^* \bullet A$

12 - Montrez qu'il existe des alphabets A_1 et A_2 tels que $(A_1 \cup A_2)^* \neq A_1^* \cup A_2^*$.

13 - Montrez que pour tout alphabets A_1 et A_2, on a $(A_1 \cup A_2)^* \supseteq A_1^* \cup A_2^*$

14 - Soit L, un langage sur un alphabet X ; $FG(L) = \{ u \in X^* / u.X^* \cap L \neq \emptyset \}$ est l'ensemble des facteurs gauches de L. Trouver l'ensemble des facteurs gauches des langages sur $X = \{a,b\}$ suivants :

- $L_1 = \{ a^n.b^n / n \geq 0 \}$
- $L_2 = \{ a^n.b^m / 0 \leq n \leq m \}$
- $L_3 = \{ a^n.b^m / 0 \leq m \leq n \}$
- $L_4 = \{ u \in X^* / |u|_a = |u|_b \}$