Université d'Aix-Marseille III - Faculté des Sciences et Technique de Saint-Jérome

M7 - Mathématiques de l'Informatique I - Langages et codes

Octobre 2001

Feuille d'exercices n° 2

1. Définissez une grammaire formelle associée au langage de la logique des propositions et qui définit les « Formules Bien Formées » (FBF). Nous supposerons que l'ensemble de propositions est fini, restreint aux 26 lettres de l'alphabet. Il est rappelé que la « ponctuation » est fournie par les parenthèses, et que les connecteurs logiques sont au nombre de 5, le connecteur monadique de négation «$\neg$», et les quatre connecteurs dyadiques «$\vee$», «$\wedge$», «$\Rightarrow$» et «$\Leftrightarrow$». Ce langage s'engendre alors par les 3 règles suivantes :

- règle de base : toute proposition est une FBF

- règle d'induction : si X et Y sont des FBF, alors : $\neg X$, $X \vee Y$, $X \wedge Y$, $X \Rightarrow Y$ et $X \Leftrightarrow Y$ sont des FBF.

- règle de clôture : une FBF s'obtient uniquement avec les règles précédentes

2. En vous inspirant de la grammaire précédente, définissez une grammaire associée au langage des expressions arithmétiques.

3. Définissez une grammaire formelle permettant d'engendrer les identificateurs de variables dans un langage de programmation tel que C. Les identificateurs débutent tous par une lettre, puis sont composés de lettres, de chiffres ou du caractère « _ ».

4. Définissez une grammaire formelle permettant d'engendrer les instructions d'affectations de variables dans un langage de programmation tel que C. Une affectation débute par l'identificateur d'une variable, le symbole « = », une expression arithmétique, et se termine par le symbole « ; ».

5. Pour les langages sur $X = \{a,b,c\}$ définis ci-dessous, définissez une grammaire les engendrant. Vous prouverez qu'il y a bien équivalence entre les langages considérés et les langages engendrés. Aussi, il vous faut trouver les grammaires qui facilitent au mieux ces preuves. Enfin, vous donnerez le type des différentes grammaire définies.

- $L_1 = \{ a^n b^n \ / \ n \geq 0 \}$
- $L_2 = \{ a^n b^p c^q \ / \ n \geq 1,\ p \geq 1,\ q \geq 1 \}$
- $L_3 = \{ a^n b^p \ / \ n > p > 0 \}$
- $L_4 = \{ a^n b^m \ / \ n \neq m,\ n,\ m \geq 0 \}$
- $L_5 = \{ a^n b^p c^n d^q \ / \ n,p,q > 0 \} \cup \{ a^p b^n c^q d^n \ / \ n,p,q > 0 \}$
- $L_6 = \{ a^n b^p c^q \ / \ n,q \geq 0,\ p \geq n+q \}$
- $L_7 = \{ a^n b^p \ / \ n \neq p+3 \}$
- $L_8 = \{ a^n b^n c^p \ / \ n,p \geq 1 \}$
- $L_9 = \{ a^n b^n c^n \ / \ n \geq 1 \}$